

专 论

寻找四叶草:STEAM 案例的设计

高云峰 (清华大学航天航空学院 北京 100084)

摘 要 本文给出了一个 STEAM 教学案例,以寻找四叶草为主线,把数学、物理、设计、加工融为一体,让学生学会在定性分析、定量计算的同时,体会到理论对实践的指导意义,以及如何运用知识解决问题。通过实践体验,学生对童话中寻找四叶草有了新的理解,最后把寻找幸福转变为自己创造幸福,认识到幸福是可以自己创造的。

关键词 寻找四叶草 STEAM 教学 运用知识 解决问题

文章编号 1002-0748(2020)1-0002

中图分类号 G633·7

文献标识码 B

教育部提倡在有条件的地区开展创客和 STEAM 教育 (STEAM: Science, Technology, Engineering, Arts, Mathematics)。和传统教育相比,STEAM 教育有很多特点,其中最主要的特点是:以学生为中心、解决真实问题、跨学科知识整合。

多年前作者有机会给中学和小学开设了系列创意实践课程^[1],回头来看,就是把创客和 STEAM 融合的课程。作者在设计 STEAM 课程时,除了把多学科知识有机融合,也尽可能让项目生动有趣,并给学生以启发。下面是一次为中学生设计的 STEAM 课程,融合了数学、物理、设计、加工制作以及童话故事,对学生既是一次挑战,又富有教育含义。

1 问题的引入

本环节以教师为中心,引导学生观察、思考、讨论一些有关联但是很广泛的问题。

1.1 数学规律

先给学生看一串数字,让他们看看这串数字有什么规律。

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots \quad ①$$

是否很快看出来?从第三项开始,每一项都是前两项之和

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} (n \geq 3) \quad ②$$

这是数学中很著名的斐波那契数列 (Leonardo Fibonacci, 意大利数论学家, 1175—1250)。在这串数列中,还隐藏着一个数:试试从第三项开始计算

$a_{n-1}/a_n = ? (n \geq 3)$,看看能发现什么规律?

$$\begin{aligned} \dots, \frac{34}{55} &= 0.618, \frac{55}{89} = 0.618, \\ \frac{89}{144} &= 0.618, \frac{144}{233} = 0.618, \dots \end{aligned} \quad ③$$

大家发现了什么? 0.618, 黄金分割值! 而黄金分割值与优化与很密切的关系^[2]。有兴趣的学生可以进一步研究斐波那契数列的通项公式,以及为什么隐藏着黄金分割值。

1.2 植物生长中有趣的现象

很多植物在漫长的进化中不断优化,也会在不经意间反映出黄金分割值。例如三叶草叶子之间的夹角是 137.5° 和 222.5° ,其比值就是 0.618(如图 1 所示)。

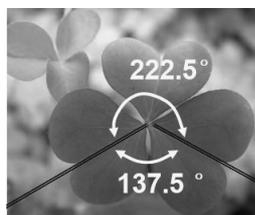


图 1 三叶草的角度

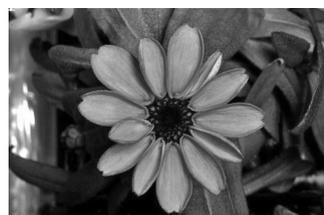


图 2 太空中开放的百日菊花

另外很多植物的叶子或花瓣通常是 3、5、8、13 等数目,例如人类在国际空间站中培育出了第一株在外太空开放的花朵——百日菊(如图 2 所示),可以看出它有 13 个花瓣^[3],而我们知道这些数字后面也隐含了黄金分割值。

1.3 童话故事

也许你听说过寻找幸运草的故事——找到四叶草

就会得到幸福(具体内容略)。因为四瓣叶子分别表示真爱(love)、健康(health)、名誉(glory)和财富(riches)。

童话中为什么不说寻找三叶草呢?有调查表明自然界中每十万株三叶草中,可能只有一株四叶草^[4]。通常认为三叶草比四叶草有生长优势:从接受阳光的角度看,四叶草的叶子有很多重叠,资源浪费,而叶子的生长也需要养分,也许最初三叶草与四叶草都很多,但是长期的进化会逐渐淘汰更耗资源的四叶草。

有兴趣的学生可以进一步去研究这个生物学话题。但重点是:既然幸福很难寻找到,为什么我们不自己创造呢?我们的目标,就是设计出一种简单的装置,可以画出四片花瓣。

2 探究及理论分析

本环节以学生为中心,让学生把数学、物理、生活经验融合起来分析问题。

2.1 四叶玫瑰线

如果要画实际的四叶草(见图 3),那就是美术课了。这里是用四叶草引出很接近的四叶玫瑰线。设四叶玫瑰线的每瓣最大尺寸为 a ,在极坐标系中(如图 4 所示),其方程为

$$r = a \cos 2\theta \quad (4)$$



图 3 四叶草

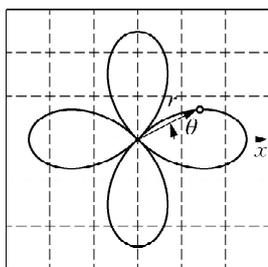


图 4 四叶玫瑰线

2.2 探究过程

首先一个问题是:类似用圆规画圆,四叶玫瑰线能否用简单的装置精确地画出来。

这个问题与平时的作业不同:作业通常利用相关公式,代入参数就可以得到答案。但现在这个装置是否存在都不清楚,那怎么用公式呢?如何用所学的知识来分析这一问题呢?

2.2.1 提示 1:数学公式的处理

方程④在直角坐标系中可以表示为

$$x = a \cos 2\theta \cos \theta, \quad y = a \cos 2\theta \sin \theta \quad (5)$$

利用三角公式后式⑤为

$$x = \frac{a}{2} (\cos 3\theta + \cos \theta), \quad y = \frac{a}{2} (\sin 3\theta - \sin \theta) \quad (6)$$

式⑥意味着什么?通常数学老师不会从物理角度给出解释,但这正是解决本问题的关键,也是 STEAM 的特点——跨学科知识的融合。

2.2.2 提示 2:物理常识及启发

质点在 xy 平面内做圆周运动时(如图 5 所示),其运动方程是

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta \quad (7)$$

反过来说,满足方程⑦的点做圆周运动。根据这一启示,方程⑥可以改写为

$$\begin{aligned} x &= \frac{a}{2} (\cos 3\theta + \cos(-\theta)), \\ y &= \frac{a}{2} (\sin 3\theta + \sin(-\theta)) \end{aligned} \quad (8)$$

式⑧暗示了四叶玫瑰线是两个圆周运动叠加的结果。从物理角度看,式⑧中角度的不同倍数表示转动的快慢,而角度的正负号表示转动的方向。这时会有学生想起以前玩过的画图玩具,笔放在小齿轮孔中,小齿轮圆心绕大齿轮中心做圆周运动,而笔绕小齿轮圆心也做圆周运动(如图 6 所示)。笔放在不同的孔中运动时,可以画出不同的曲线(如图 7 所示)。虽然曲线不是我们需要的,但是给了学生信心。

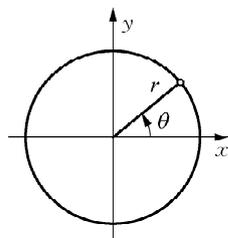


图 5 点作圆周运动

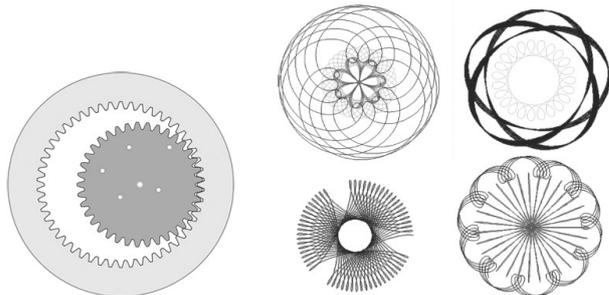


图 6 某种画图玩具

图 7 玩具画出的图形

把图 6 中的玩具简化图 8 的物理模型,用圆代表齿轮,可以看出,当小圆盘在大圆盘内转动时,若 OO_1 逆时针转动到 OO_1' 时, O_1P 会顺时针转动到 $O_1'P'$,且转动角度与具体尺寸有关,这暗示

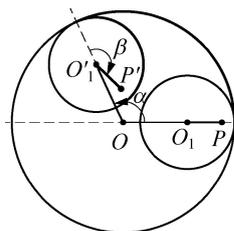


图 8 玩具的运动分析

图 6 中的齿轮大小、孔的距离等参数可以适当调整来满足式⑧。

2.3 初步尝试

学生们信心满满,感到不是很困难,就开始制作装置来画图。很快学生就做出了装置(见图 9),然而得到的结果,令学生们大吃一惊:画出的是三叶草或某些类似图 7 中的图案,但就是得不到四叶草。这表明,在童话中寻找四叶草不容易,在实际操作中,要画出四叶玫瑰线也不容易,这暗示了幸福的生活总是来之不易。



图 9 学生制作装置

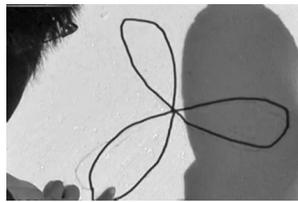


图 10 画出的图形

看来,没有理论指导,完全凭感觉是不行的。

2.4 定量计算

虽然理论上四叶玫瑰线是可以类似图 6 这样简单的装置画出,但是参数稍微变化,就画出不同的图形。因此给定四叶玫瑰线的花瓣最大尺寸 a 后,重要的就是要确定具体齿轮的大小 R 、 r 和小孔 P 与 O_1 的距离 e 。

从运动学角度进行分析,初始时假设两圆在 A 点接触, AOP 水平(如图 11 所示)。由于小圆在大圆内做纯滚动,有

$$(\widehat{AB} = \widehat{A'B'}) \text{ 或 } R\alpha = r\beta \quad (9)$$

P 点坐标为

$$\begin{aligned} x &= (R-r)\cos\alpha + e\cos(\beta-\alpha), \\ y &= (R-r)\sin\alpha - e\sin(\beta-\alpha) \end{aligned} \quad (10)$$

把式⑨代入式⑩后,有

$$\begin{aligned} x &= (R-r)\cos\alpha + e\cos\left(\frac{R-r}{r}\alpha\right), \\ y &= (R-r)\sin\alpha - e\sin\left(\frac{R-r}{r}\alpha\right) \end{aligned} \quad (11)$$

对比式⑧和式⑪,有

$$R-r = \frac{1}{2}a, \quad e = \frac{1}{2}a, \quad \frac{R-r}{r} = \frac{1}{3} \quad (12)$$

从而解出

$$R = 2a, \quad r = \frac{3}{2}a, \quad e = \frac{1}{2}a \quad (13)$$

如果式⑫中 $\frac{R-r}{r} = \frac{1}{3}$ 改为 $\frac{R-r}{r} = 3$, 结果会

如何?有兴趣的学生可以自行研究。

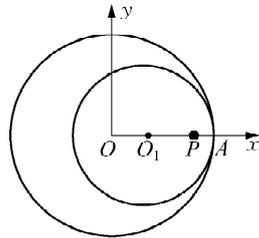


图 11 装置初始位置

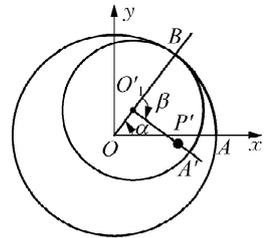


图 12 运动时角度的关系

2.5 设计及加工制作

学生们通过研究得到式⑬后,利用 CAXA 软件很容易获得标准齿轮(内齿轮、外齿轮)的轮廓。需要说明的是,标准齿轮的模数是 1 或 2,这样得到的齿轮半径与给定的四叶玫瑰线的 a 不匹配。解决的方案是在 AutoCAD 中,将大小齿轮进行适当比例的缩放(不再是标准模数的齿轮了),然后利用激光切割机,快速高精度地获得需要的齿轮,为了进行对比研究,特意在齿轮上多开了一些孔(如图 13 所示)。

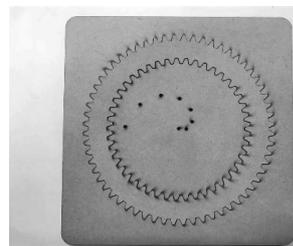


图 13 激光切割的画图装置

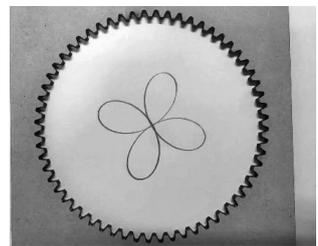


图 14 最终获得四叶玫瑰线

按住大齿轮,把笔放在小齿轮上适当的孔中,转动小齿轮,就可以画出标准的四叶玫瑰线了(如图 14 所示)。

3 结束语

与传统教学以传授知识为主不同,STEAM 教学中更多是让学生把知识融会贯通,解决实际问题。STEAM 课程中也会教授一些知识,但更主要的是如何运用知识,特别在工程和技术环节,让学生有机会把纯理论的知识与生动活泼的实践活动相关联,反过来对学生深刻理解知识提供了帮助。

在本课程中的四叶草研究中,学生学会了把数学、物理、设计融会贯通,也学会了定性分析、定量分析的方法,课程中还还为有兴趣的学生留下了更多有

(下转第 18 页)

支援 2 以哈雷彗星的历史记载验证调和定律的正确性。《春秋左传》记载：“公元前 613 年（鲁文公十四年），秋七月，有星孛入于北斗。”这是世界第一次关于哈雷彗星的确切记录。已知哈雷彗星绕太阳做椭圆运动的半长轴 a_2 约为地球绕日公转的半长轴 a_1 的 18 倍，根据 $\frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2}$ (T_1 为地球公转周期， T_2 为哈雷彗星公转周期)，可求得： $T_2 \approx 76$ 年。最近一次哈雷彗星出现的时间是 1986 年，由此可知鲁文公十四年时的哈雷彗星出现的正确性，并由此推测 2026 年哈雷彗星将再次光临地球。

支援 3 牛顿发现的万有引力定律，证明开普勒三大行星定律的正确性。

主张 开普勒三大行星定律：(1) 椭圆定律：所有行星绕太阳运动的都是椭圆，太阳处于椭圆的一个焦点上；(2) 面积定律：对任意一个行星来说，它与太阳的连线在相等的时间内扫过相等的面积；(3) 调和定律：所有行星轨道的半长轴的三次方跟它的公转周期的二次方的比值都相等。

限定词 ① 定律只适用于宏观低速运动的天体领域；② 只有离心率 $e \in (0, 1)$ 时轨迹才是椭圆；③ 只有行星质量相对太阳无限小时，面积定律才精确。

环节点评：本环节，以第谷的天文观测和开普勒的规律寻找为“资料”，水星的轨道模拟、能量守恒及角动量守恒的辅助证明、Excel 的数据处理为“理由”，节气时间规律、哈雷彗星周期回归、万有引力证明为“支援”，得出了椭圆定律、面积定律、调和定律的三大“主张”，最终以更深层的论证敲定行星运动的规律。

4 图尔明模型的教学启示

4.1 以构建主义梳理历史主线，增强科学责任感

传统物理教学中，教师一般以 PPT 的形式，按

（上接第 4 页）

待研究的话题。学生们在实际操作中体会了童话中寻找四叶草的含义，也体会到理论对实践的指导作用。

最关键的是，把童话故事中的去寻找幸福转变为自己去创造幸福，也是 STEAM 课程中人文艺术的重要体现。

历史发展的顺序对代表人物和事件进行一一介绍，最后重点解析开普勒三大运动定律，再以习题进行重复的操练，这反映了典型的“教授主义”；图尔明模型取向的课堂教学，关键在于教师用心创设学习情景，为学生搭建合适的“脚手架”，借建构主义理念让学生自主梳理本节历史事件发展的相关主线（如图 9 所示），从而把握学科本质，树立正确科学态度和责任感。

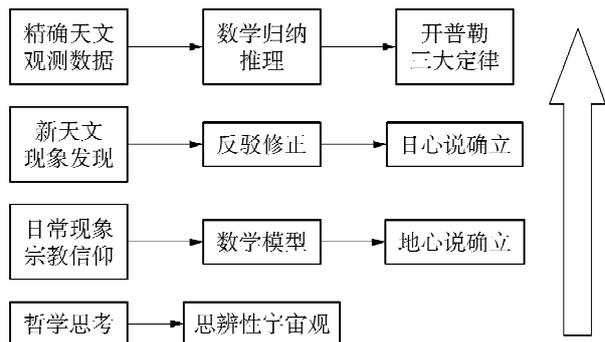


图 9

4.2 借论证反驳培养科学思维，提升核心素养

从地心学、日心学到开普勒定律，学生通过“资料”“理由”“支援”“反驳”“主张”以及“限定词”等环节进行个体和社会双层意义的论证，从而实现知识的意义构建和本质深化。同时，课堂的论证过程真实模拟了科学家们探究真理的“唇枪舌战”场面，培养了学生严谨的科学思维和科学探究能力，最终实现学科核心素养的融合提升。

参考文献

- [1] Billing M. Arguing and thinking: A rhetorical approach to social psychology [M]. Cambridge University Press, 1996.
- [2] 陈志军. 基于科学思维方法培养的教学实践探讨[J]. 中学物理教学参考, 2016(4): 24—25.
- [3] 陈锋. 追寻历史足迹 培养科学素养[J]. 物理教学, 2013(10): 75—77.

参考文献

- [1] 高云峰. 创造力提升课程: 16 个科学探索动手试验[M]. 北京: 高等教育出版社, 2013.
- [2] 华罗庚. 优选法及其实例[M]. 广州: 广东人民出版社, 1972.
- [3] <http://world.people.com.cn/n1/2016/0119/c1002-28066106.html>.
- [4] <https://baike.sogou.com/v53036602.htm>.