

海伦喷泉

——一种奇妙的液体压强可视化实验探索

李佳音 钟 鸣 陆建隆 (南京师范大学 江苏 210000)

摘要 液体压强是中学物理的重要教学内容之一,而海伦喷泉正是利用这一原理将水喷出,通过观察实验现象可以让学生感受到液体压强的存在。本文对海伦喷泉进行研究,搭建不同类型的海伦喷泉,从定性和定量两个角度尝试解释其基本工作原理,运用纳维-斯托克斯方程分析得出液柱高度差、液体密度、喷管口径、温度等各个参数之间的相互关系,探究影响喷出水柱高度的影响因素并进行相关的数据记录和分析。

关键词 海伦喷泉 液体压强 液面高度 探究性实验

文章编号 1002-0748(2020)2-0026 **中图分类号** G633·7 **文献标识码** B

1 引言

喷泉是一种在现代生活中很常见的景观,其原理是利用电动水泵或其他机械装置提供压力将低处的储水喷出。然而在两千年前,就有古代发明家设计出了一种不需要外力驱动的喷泉装置,名为海伦喷泉。这种喷泉起源于公元1世纪的古希腊,当时一位名为Heron(海伦)的发明家制造出了一系列如气转球、风车、机械戏剧、自动贩卖机等理论远超前于时代的装置,海伦喷泉就是这些发明的其中之一。

海伦喷泉不同于一般的喷泉,它运用气体与液体间的压力关系,将低水位处液体输送至高水位喷出。根据喷泉出水口的设计,海伦喷泉的搭建方式一般分为两类,一类是喷出端与入水口处相连通的,另一类是分离型不相通的装置,这两种类型的喷泉工作原理基本相同。

2 海伦喷泉的基本原理

2.1 实验装置及其现象描述

首先搭建的是喷出液体可以流入注水口的一类,所用的材料是最简单易得的塑料瓶,该种装置(见图1)由上、中、下三个部分构成:中部装水,底部在初始状态下为空瓶,逐渐向顶部容器加水,水流就会从出水口喷出,再流向入水口,并维持一段较长时间的流动。当中部出水瓶内液面低于出水管底部后,喷泉将停止工作。

若将上述装置底部的空瓶与整体分离,并改用长软管连通,上下移动底部空瓶,可调节注水液面与出水液面间的相对高度(见图2)。在实际操作中发现喷出水柱的高度随底部容器的水平相对位置降低

而升高,即水柱高度随着上下容器液面高度差的增大而升高。故推测喷泉高度与液面差有关,改变容器相对高度的实质是改变了液面高度差。

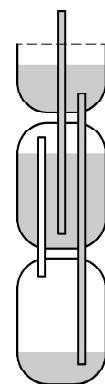


图1 连通装置

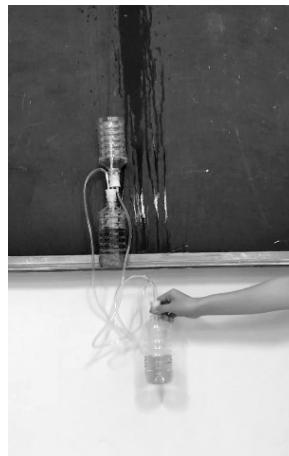


图2 装置实物图

若需要控制单一变量,则可以搭建一种喷口与出水口分离的装置(如图3),实验原理不变。当两瓶中液柱高出液面部分高度相等时,喷泉不再运作。

2.2 定性分析

海伦喷泉通过在两段液体

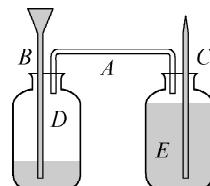


图3 分离装置

间加入气体,实现容器中两部分液体间的压力传递。向长颈漏斗注水时,容器内外产生压强差(由高出液面的液柱高度可以体现),这个压强通过连通处的封闭气体作用在出水容器内的液体,使液体以水柱形式喷出,且喷出高度与导管内的两段液柱高度有着

直接联系。喷泉工作的基本原理,实际是利用了液体压强与液面高度差之间的关系。

2.3 定量分析

我们从液体所受压力和阻力两个角度考虑变量的设置,其中压力会受到液面差、气体体积、液体流速、液体密度等因素的影响,而阻力可分为黏滞阻力和空气阻力,分别对应液体温度和喷管口径两个参数。在实验过程中,为便于操作,可控制气体体积不变且注水口液体沿垂线方向的流速为零,主要研究液面高度差、液体密度、液体温度三个变量对水柱高度的影响。

将容器内的液体设定为黏性不可压缩流体,不受外力影响,可列出化简后的纳维—斯托克斯方程

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla p + \mu \Delta \vec{v} \quad ①$$

边界条件为 $\vec{v} = 0$, 其中 ρ 为液体密度, μ 为液体运动粘度, ①式等号右侧分别为压力项和黏性项, 宏观上与流体温度以及喷泉初始液面差有关。

对压力项进行分析, 容器内液体压力主要由注水管内液柱和出水管内液柱的高度差(记为 $h_B - h_C$)决定。

图 3 D 瓶中左侧导管施加的压强为

$$p_{D1} = p_0 + \rho_w g h_B \quad ②$$

D、E 两瓶连通, 液体稳定流动时, 右侧连通处空气及液柱对 D 瓶液面所施加的压强为

$$p_{D2} = p_0 + \rho_w g h_C + \rho_a g h_a \quad ③$$

由于气体密度相比于液体密度较小, 在连通处气体量较少时, 空气柱高度对实验结果的影响不大。

将纳维—斯托克斯方程沿流线积分可化简得到黏性流体伯努利方程

$$p_0 + \rho_w g h_B = p_0 + \rho_w g h_C + \rho_a g h_a + \frac{1}{2} \rho_w v_0^2 + p_f \quad ④$$

其中 v_0 为液体喷出初始速度, p_f 为容器内阻力等效压强, 由④式化简得喷泉出口处液体流速

$$v_0^2 = 2 \left(g h_B - g h_C - \frac{\rho_a}{\rho_w} g h_a - \frac{p_f}{\rho_w} \right) \quad ⑤$$

同时, Δt 时间内, 喷出液体的体积为 $\Delta V = v_0 S \Delta t$, 质量为 $\Delta m = \rho_l \Delta V$, 则单位时间内喷出液体的质量为 $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho_l v_0 S$ 。若不考虑空气阻力, 则液体以 v_0 喷出后由功能关系可知 $(\Delta m)gh = \frac{1}{2}(\Delta m)v_0^2$, 则水柱高度为

$$h = \frac{v_0^2}{2g} = h_B - h_C - \frac{\rho_a}{\rho_w} h_a - \frac{p_f}{\rho_w g} \quad ⑥$$

实际实验中还需要考虑空气阻力的存在。空气阻力 $F = \frac{1}{2} C_D \rho S v^2$, 与接触面积和相对流速有关, 所以因空气阻力而降低的这部分水柱高度与喷管口径以及出口流速有关, 将这段高度记作 $h'(S, v^2)$ 。若控制 D、E 两瓶中液面高度相等, 记下注水、出水管内液柱高度差为 $\Delta h = h_B - h_C$, 则水柱高度与喷管口径、 Δh 、水的密度以及阻力损耗存在如下关系 $h = \Delta h - h' - \frac{p_f}{\rho_w g}$, 海伦喷泉的水柱高度与 Δh 、 ρ_w 、 S 及 p_f 有关。

因此, 我们针对液柱高度差 Δh 、液体密度 ρ_w 、喷管口径 d 、液体温度 T 等参数, 设计控制变量的实验。

3 实验探究

3.1 实验器材

由于液体竖直喷出时受重力和阻力等作用做减速运动, 上方液体速度减小以致低于下方液体而下落, 会使喷泉高度有明显上下浮动。故测量时可适当将喷口倾斜, 此时喷出液体作小角度斜抛运动且高度相对稳定, 将水柱长度在竖直方向的投影作为喷出水柱高度 h 进行测量(见图 4)。

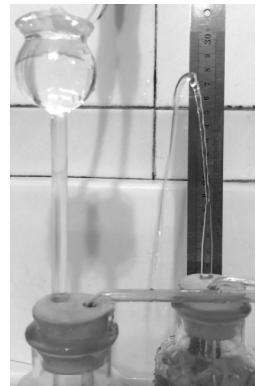


图 4 实验器材

在每次实验前, 先用弹簧夹夹住连通处的软管, 加水后缓慢放气, 观察到出水管内液柱高度与出口齐平后, 调节瓶身高度, 使两瓶中液面齐平(排除瓶内气体体积和液面差所带来的影响), 夹住弹簧夹, 再使用恒压水源向注水管内注水, 并释放弹簧夹。

实验过程中, 通过拍摄实验视频, 采用 Tracker 软件测定喷泉喷出水柱在初始一段时间内的相对稳定高度并记录数据, 导入 Matlab 进行数据处理与拟合。

3.2 对参数影响的研究

3.2.1 探究液柱高度差对喷出水柱高度的影响

采用内径为 2.23 mm 的玻璃喷管和常温下的净水进行实验, 调节注水管伸出瓶中液面的高度, 则随着液柱高度的升高, 喷出的水柱高度呈上升趋势(如图 5 所示, h 为水柱高度, H 为液面差, h_f 为液

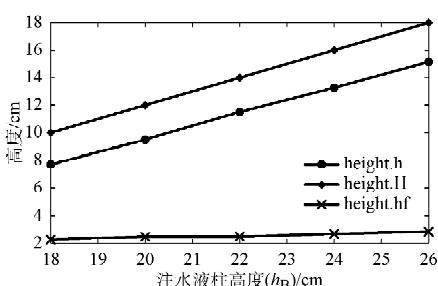


图5 水柱高度与液柱高度差的关系

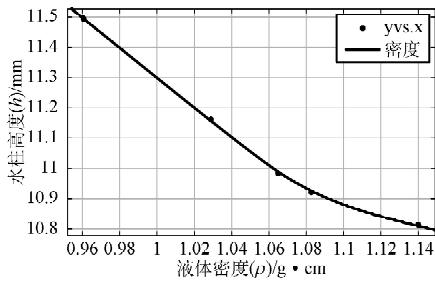


图6 水柱高度与液体密度的关系

面高度差与水柱所能达到的最大高度的差值)。

3.2.2 探究液体密度对喷出水柱高度的影响

为了改变液体的密度, 分别向等量的染色液体中分别加入 100 g、200 g、300 g、400 g 食盐, 并测量这四种被染色液体以及净水的密度, 其他实验条件不变, 重复上述操作。

实验发现喷泉水柱高度随密度的升高而降低(见图 6)。

3.2.3 探究液体温度对喷出水柱高度的影响

将常温下的净水与 99℃ 热水以不同比例混合, 得到不同温度的液体, 并使用红外温度计测量每次实验开始前后的液体温度, 取两次测量读数的平均值为该次实验中所用液体的温度。

实验发现喷泉水柱高度随着温度的升高而升高, 并且变化曲线斜率渐小(见图 7)。

3.2.4 探究喷口内径对喷出水柱高度的影响

控制其余变

量不变, 仅改变喷管出水口内径。选用内径分别为 2.70 mm、4.30 mm、5.80 mm 和 7.20 mm 的塑料管进行实验。发现喷管口越细, 水柱高度越高, 当内径增大到 7.20 mm 时, 可以观察到水流不再喷出, 而是

从管口逐渐溢出。

针对这一变量的实验说明了喷管内径对该实验也有一定影响, 但由于自制装置精度有限, 仅进行了定性的测定, 并在其他实验中将其设为不变量进行控制, 来减小对实验结果的影响。

4 实验结论

海伦喷泉的本质是由于注水处液面高度差的存在使两段液体存在压强差, 通过连通部分的气体将压力作用在出水处, 转化为喷口处液体所受到的压力, 使液体以水柱形式喷出。

我们从为喷泉提供动力的压力项和阻碍水流流动的阻力项出发, 研究了影响水柱高度的三个因素, 得出喷泉高度与液柱高度差和液体温度呈正相关, 与液体密度呈负相关, 其中最主要的决定因素是液面差, 见图 8 所示。

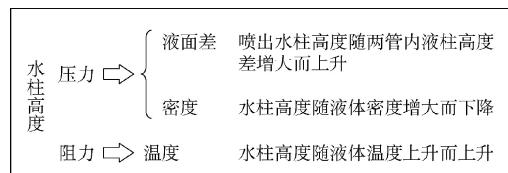


图8 实验结论

5 总结与反思

本文通过对海伦喷泉基本原理的理论研究和喷水高度影响因素的实验探究, 得出了相关结论, 加深了对力、热学相关知识的理解。但由于理论上的简化使得实验在精确度上还有待提高和完善。在此仅给出了部分主要参数的实验结果, 而存在的其他一些影响因素, 例如连通处的气体体积与初始水流流速等, 在该实验中作为无关变量进行控制。

本实验很好地对液体压强这一物理量进行了可视化研究, 中学教师在讲授到相关热学章节时可以进行课堂演示或者让学生自主探究并进行研究汇报, 作为热学实验的重要补充, 激发学生学习物理的兴趣, 培养自身的物理实验素养。

参考文献

- [1] Andrei Mugur Georgescu, Sanda Carmen Georgescu, Liviu Stroia. Heron's fountain demonstrator[J]. Revista Romană de Inginerie Civilă. Volumul 5, Numărul 2.
- [2] Roman Ya, Kezerashvili, Alexander Sapozhnikov. Magic Fountain [J]. Beijing Review, 2011, 31.
- [3] 朗道,栗弗席兹.朗道理论物理教程(卷6)-流体动力学(第5版)[M].北京:高等教育出版社,2018: 51.
- [4] 赵清峰.喷泉水柱中力学问题的分析与讨论[J].物理教学, 2017(4): 32—33.